



Olimpiada Mexicana de Matemáticas en Guanajuato

Sábado 6 de septiembre | CIMAT Guanajuato

Quinto examen selectivo, día 2

Problema 4.

Demuestra que para todo número natural n se tiene que

$$n^2 + 3n + 5$$

no es un múltiplo de 121.

Problema 5.

Sean p y q dos números reales positivos tales que $p + q = 1$. Además, sean a y b dos números reales cualesquiera. Demuestra que la siguiente desigualdad es siempre verdadera:

$$(pa + qb)^2 \leq pa^2 + qb^2.$$

Problema 6.

Sean ABC un triángulo con todos sus ángulos menores a 90° y D un punto en el segmento AB . El circuncírculo del triángulo BDC tiene centro O y corta al segmento AC en un punto E . El circuncírculo del triángulo ADE y el de ABC se cortan en un punto F . Demuestra que OF y AF son perpendiculares.

Definición: El circuncírculo de un triángulo es la circunferencia que pasa por sus tres vértices.